



Dr. Andreas Dedner
Dr. Mario Ohlberger

Freiburg, 15.11.2004

Übung zur Vorlesung Numerik I

WS 2004/2005 – Blatt 5

Abgabe: Montag, 22.11.2004, 15 Uhr (in der Vorlesung)

Aufgabe 1: (Cholesky Zerlegung)

(4 Punkte)

Sei $A \in \mathbb{R}^{n \times n}$ positiv definit.

- Zeigen Sie, dass es eine untere Dreiecksmatrix L gibt, so dass gilt $A = LL^T$.
- Geben Sie einen möglichst effizienten Algorithmus zur Berechnung von L an.

Aufgabe 2:

(4 Punkte)

Bestimmen Sie alle Werte von a , für die die Matrix

$$A = \begin{pmatrix} 2 & -1 & 0 & 0 \\ -1 & 2 & -a & 0 \\ 0 & -a & 2 & -1 \\ 0 & 0 & -1 & 2 \end{pmatrix}.$$

positiv definit ist. Tip: Ziehen Sie zur Analyse den Algorithmus der Cholesky Zerlegung heran.

Aufgabe 3: (Lineare Ausgleichsrechnung)

(4 Punkte)

In einem Experiment messen Sie die folgende Abnahme einer Konzentration gegenüber der Zeit:

Zeit [s]	1	4	5	8
Konzentration [mol/l]	9,1	2.0	0.8	0.2

Verwenden sie eine Ausgleichsrechnung (linearer Fit), um eine funktionale Beschreibung des Zusammenhangs zwischen Zeit t und Konzentration c zu finden:

- Unter Annahme einer linearen Abnahme $c(t) = c^0 + at$ mit Hilfe der Normalengleichung.
- Unter Annahme einer linearen Abnahme $c(t) = c^0 + at$ mit Hilfe der QR -Zerlegung.
- Berechnen Sie die Abweichung in L^2 ($\|Ax - b\|_2$, A , b von der Normalengleichung).

Aufgabe 4: (Ausgleichsrechnung)

(4 Punkte)

Verwenden Sie die Ausgleichsrechnung um für die Daten aus Aufgabe 3 ein Modell mit exponentieller Abnahme zu fitten, d.h. $c(t) = c^0 e^{at}$. Berechnen Sie die Abweichung in L^2 und vergleichen Sie mit der Abweichung aus Aufgabe 3.

(Hinweis: Linearisieren Sie, indem Sie den Logarithmus bilden, und verwenden Sie dann eine lineare Ausgleichsrechnung. Für die Zwischenschritte (angeben) sollten Sie den Taschenrechner verwenden.)