



Dr. Andreas Dedner
Dr. Mario Ohlberger

Freiburg, 18.10.2004

Übung zur Vorlesung Numerik I

WS 2004/2005 – Blatt 0 – Anwesenheitsübung

Aufgabe 1: Die folgenden Ableitungen der hinreichend oft differenzierbaren Funktion u seien im Punkt x durch die angegebene Differenzenquotienten approximiert. Bestimmen Sie die Ordnung des Diskretisierungsfehlers in Abhängigkeit von der Schrittweite h .

a) $u'(x) \approx \frac{u(x)-u(x-h)}{h}$, b) $u'(x) \approx \frac{u(x+h)-u(x)}{h}$
c) $u'(x) \approx \frac{u(x+h)-u(x-h)}{2h}$, d) $u''(x) \approx \frac{u(x+h)-2u(x)+u(x-h)}{h^2}$

Aufgabe 2: Die Matrix $A \in \mathbb{R}^{2 \times 2}$ sei gegeben durch

$$A := \begin{pmatrix} 1.2969 & 0.8648 \\ 0.2161 & 0.1441 \end{pmatrix}.$$

Berechnen Sie für $b := (0.86419999, 0.14400001)^\top$ die Lösung x des linearen Gleichungssystems $Ax = b$. Was erhalten Sie, wenn Sie b auf vier Nachkommastellen runden, d.h. für $\tilde{b} := (0.8642, 0.1440)^\top$. Berechnen Sie den absoluten und relativen Fehler von x bezüglich b . (Hinweis: Sie können verwenden, daß $\det A = 10^{-8}$.)

Aufgabe 3: Berechnen Sie durch Gaußelimination die Lösung von

$$\begin{pmatrix} 10^{-4} & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix}.$$

Was erhalten Sie, wenn Sie nach jeder Rechenoperation auf drei Stellen runden? Vergleichen Sie das Ergebnis, mit dem Ergebnis des Gauß Algorithmus, angewendet auf

$$\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 10^{-4} & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \end{pmatrix}.$$