ALBERT-LUDWIGS-UNIVERSITÄT FREIBURG

Abteilung für Angewandte Mathematik

Prof. Dr. Dietmar Kröner
Dr. Mario Ohlberger

Freiburg, 17.11.2003

Übung zur Vorlesung Analysis I

WS 2003/2004 – Blatt 6

Abgabe: **Montag, 24.11.2003, 11 Uhr (in der Vorlesung)**

Aufgabe 1: (3 Punkte)

Sei $z \in \mathbb{R}$. Zeigen Sie:

$$\lim_{n\to\infty} \frac{z^n}{n!} = 0.$$

Aufgabe 2: (3 Punkte)

Seien $f_0 = f_1 := 1$. Dann ist die Fibonacci–Folge $(f_n)_{n\in\mathbb{N}}$ rekursiv gegeben durch

$$f_{n+2} := f_{n+1} + f_n, \quad n \geq 2.$$

Berechnen Sie die ersten 6 Folgenglieder und zeigen sie, dass $\lim_{n\to\infty} f_n = \infty$ ist.
(Hinweis: Zeigen Sie dazu $f_n \geq n$, $n \in \mathbb{N}$.)

Aufgabe 3: (3 Punkte)

Sei $a, x_0 \in \mathbb{R}^+$ und die Folge $(x_n)_{n\in\mathbb{N}}$ gegeben durch

$$x_{n+1} := \frac{1}{2}(x_n + \frac{a}{x_n}), \quad n \in \mathbb{N}.$$

Zeigen Sie, dass die Folge $(x_n)_{n\in\mathbb{N}}$ konvergiert und bestimmen Sie ihren Grenzwert.

Aufgabe 4: (7 Punkte)

Prüfen Sie auf Konvergenz und bestimmen Sie gegebenenfalls den Grenzwert für n gegen ∞:

i) $a_n := (a^n + b^n + c^n)^{1/n}$, mit $a \geq b \geq c \geq 0$.

ii) $b_n := \sqrt{n+q} - \sqrt{n}$, mit $q > 0$.

iii) $c_n := n^{1/n}$.