ALBERT-LUDWIGS-
UNIVERSITÄT FREIBURG

**Abteilung für
Angewandte Mathematik**

Prof. Dr. Dietmar Kröner
Dr. Mario Ohlberger

Freiburg, 20.10.2003

Übung zur Vorlesung Analysis I

WS 2003/2004 – Blatt 2

Abgabe: **Montag, 27.10.2003, 11 Uhr (in der Vorlesung)**

Aufgabe 1: (4 Punkte)

Beweisen Sie:

i) $\sum_{k=1}^{n} k^2 = \frac{n(n+1)(2n+1)}{6}$ für alle $n \in \mathbb{N}$.

ii) $\sum_{k=1}^{n} k^3 = \frac{n^2(n+1)^2}{4}$ für alle $n \in \mathbb{N}$.

Aufgabe 2: (4 Punkte)

Zeigen Sie:

i) $2^n < n!$ für alle $n \in \mathbb{N}, n \geq 4$.

ii) $n^2 \leq 2^n$ für alle $n \in \mathbb{N}, n \neq 3$.

Aufgabe 3: (4 Punkte)

Zeigen Sie:

i) $\frac{1}{2}(x + \frac{1}{x}) \geq 1$ für alle $x \in \mathbb{R}, x > 0$.

ii) $\max\{x, y\} = \frac{1}{2}(x + y + |x - y|)$ für alle $x, y \in \mathbb{R}$.

Aufgabe 4: (4 Punkte)

Zeigen Sie:

i) $\Big| \, |x| - |y| \, \Big| \leq |x - y|$ für alle $x, y \in \mathbb{R}$.
(Diese Ungleichung wird *umgekehrte Dreiecksungleichung* genannt.)

ii) Für alle $a, b, c, d \in \mathbb{R}$ gilt:
$|a - c| \cdot |b - d| \leq |a - b| \cdot |c - d| + |a - d| \cdot |b - c|$.