ALBERT-LUDWIGS-UNIVERSITÄT FREIBURG

Abteilung für Angewandte Mathematik

Prof. Dr. Dietmar Kröner
Dr. Mario Ohlberger

Freiburg, 26.1.2004

Übung zur Vorlesung Analysis I

WS 2003/2004 – Blatt 14

Abgabe: **Montag, 2.2.2004, 11 Uhr (in der Vorlesung)**

Dieses letzte Aufgabenblatt ist ein Auszug aus der Analysis I – Klausur des letzten Jahres und soll Ihnen als Vorbereitung zur Klausur dienen.

Aufgabe 1: (3 Punkte)

Beweisen Sie für alle $n \in \mathbb{N}$:

a) $\sum_{k=0}^{n} \binom{n}{k} = 2^n$ b) $\sum_{k=0}^{n} (-1)^k \binom{n}{k} = 0$

Aufgabe 2: (4 Punkte)

Berechnen Sie die folgenden Limites:

a) $\lim_{n\to\infty} (1 + \frac{1}{n})^{2n}$ b) $\lim_{n\to\infty} \frac{\log(n!)}{n}$

c) $\lim_{n\to\infty} 1 + \frac{1}{\sqrt[n]{n}}$ d) $\lim_{n\to\infty} \frac{2^{\frac{1}{n}} - 1}{\frac{1}{n}}$

Aufgabe 3: (1 Punkte)

Was ist eine Cauchyfolge?

Aufgabe 4: (4 Punkte)

Betrachten Sie die folgende Potenzreihe $x - \frac{x^2}{2} + \frac{x^3}{3} - \frac{x^4}{4} + \cdots$.
Für welche x

a) ist die Reihe konvergent,
b) hängt die Summe nicht von der Reihenfolge der Reihenglieder ab?
c) Geben Sie gegebenenfalls die Funktion an, gegen die die Reihe konvergiert.

(Hinweis: Schreiben Sie $\frac{1}{1+x}$ als geometrische Reihe!)

Aufgabe 5: (2 Punkte)

Berechnen Sie die Ableitung von $\frac{e^{-\frac{1}{x^n}}}{x^2} : \mathbb{R}_{\neq 0} \to \mathbb{R}$.

Aufgabe 6: (2 Punkte)

Welche der Funktionen

a) $\sinh(x)$ b) $\cosh(x)$

sind convex und welche concav auf $[0, 10]$? (mit Begründung)