ALBERT-LUDWIGS-
UNIVERSITÄT FREIBURG

**Abteilung für
Angewandte Mathematik**

Prof. Dr. Dietmar Kröner
Dr. Mario Ohlberger

Freiburg, 19.1.2004

Übung zur Vorlesung Analysis I

WS 2003/2004 – Blatt 13

Abgabe: **Montag, 26.1.2004, 11 Uhr (in der Vorlesung)**

Aufgabe 1: (4 Punkte)

f sei in einer Umgebung von p zweimal stetig differenzierbar. Berechnen Sie den Limes

$$\lim_{x\to 0} \frac{f(p+2x)-2f(p+x)+f(p)}{x^2}.$$

Aufgabe 2: (4 Punkte)

Untersuchen Sie die folgenden Reihen auf Konvergenz:

$$a) \sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{1+n^2} \qquad b) \sum_{n=1}^{\infty} \binom{n+4}{n} \qquad c) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(n!)^2}{(2n)!}$$

Aufgabe 3: (Leibniz–Kriterium) (4 Punkte)

a) Sei $(a_n)_{n\in\mathbb{N}}$ eine monoton fallende Folge nicht-negativer Zahlen mit $\lim_{n\to\infty} a_n = 0$. Zeigen Sie, dass dann die folgende Reihe konvergiert

$$\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n a_n.$$

b) Zeigen Sie, dass folgende Reihe konvergiert:

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(n+1)^{n-1}}{(-n)^n}.$$

Aufgabe 4: (4 Punkte)

i) Zeigen Sie: Falls $\sum_{n\in\mathbb{N}} a_n$ und $\sum_{n\in\mathbb{N}} b_n$ absolut konvergieren, so konvergiert auch $\sum_{n\in\mathbb{N}} \max\{a_n, b_n\}$ absolut.

ii) Finden Sie zwei konvergente Reihen $\sum_{n\in\mathbb{N}} a_n$ und $\sum_{n\in\mathbb{N}} b_n$, so dass $\sum_{n\in\mathbb{N}} \max\{a_n, b_n\}$ divergiert.