



Prof. Dr. Dietmar Kröner
Dr. Mario Ohlberger

Freiburg, 13.10.2003

Übung zur Vorlesung Analysis I

WS 2003/2004 – Blatt 0 (Anwesenheitsübung)

(Aussagenkalkül)

a) Vergleichen Sie die Wahrheitstabeln für folgende Aussagen:

- i) $A \iff B$.
- ii) $(A \implies B) \wedge (B \implies A)$.

b) A: Sie ist fleißig. – B: Sie ist geschickt
Übersetzen Sie in die Symbolsprache

- i) Sie ist ungeschickt.
- ii) Sie ist fleißig, aber nicht geschickt.
- iii) Es ist falsch, dass sie fleißig und geschickt ist.
- iv) Sie ist weder fleißig noch geschickt.

(Quantoren)

Sei $a \in \mathbb{R}$. Negieren Sie folgende Aussage:

$$\forall \varepsilon > 0 \exists \delta : |x^2 - a| \leq \varepsilon \quad \forall x \in \mathbb{R} \text{ mit } |x - a| < \delta.$$

(Direkter Beweis)

Beweisen Sie mit einem direkten Beweis, dass das arithmetische Mittel positiver Zahlen immer größer oder gleich dem geometrischen Mittel ist, d.h.

$$\sqrt{ab} \leq \frac{a+b}{2} \quad \forall a, b \in \mathbb{R}^+.$$

Warum ist diese Aussage im allgemeinen falsch?

(Indirekter Beweis)

Zeigen Sie, dass $\sqrt{2}$ irrational ist.