ALBERT-LUDWIGS-UNIVERSITÄT FREIBURG

Abteilung für Angewandte Mathematik

Prof. Dr. Dietmar Kröner
Dr. Mario Ohlberger

Freiburg, 21.6.2004

Übung zur Vorlesung Analysis II

SS 2004 – Blatt 9

Abgabe: **Montag, 28.6.2004, 11 Uhr (in der Vorlesung)**

Aufgabe 1: (4 Punkte)

Zeigen Sie durch ein Gegenbeispiel, dass die Voraussetzung $\varphi \geq 0$ in Lemma 19.47 notwendig ist.

Aufgabe 2: (4 Punkte)

Sei, $\alpha = (\alpha_1, ..., \alpha_n)$ ein Multiindex mit $|\alpha| = j$. Zeigen Sie, dass die Anzahl der $j-Tupel$ $(i_1, ..., i_j)$, bei denen die Zahl $\nu \in \{1, ..., n\}$ genau α_ν mal vorkommt gerade

$$\frac{j!}{\alpha!} = \frac{j!}{\alpha_1! \; ... \; \alpha_n!}$$

beträgt.

Aufgabe 3: (4 Punkte)

Sei $f \in C^2(\mathbb{R}^2)$ gegeben durch

$$f(x_1, x_2) := x_1^4 - 8x_1 + (x_1 - 1)(x_2 - 2)^2.$$

a) Bestimmen Sie die kritischen Punkte von f.
b) Untersuchen Sie die Hessematrix von f um festzustellen, in welchen der kritischen Punkte Extrema oder Sattelpunkte vorliegen.

Aufgabe 4: (4 Punkte)

Sei $f \in C^2(\mathbb{R}^2)$ gegeben durch

$$f(x_1, x_2) := \frac{1}{2}(x_1 + x_2)^2 - \cos(x_1 - x_2).$$

a) Berechnen Sie den Gradienten und die Hessematrix von f. Ist $x = 0$ ein lokales Minimum?
b) Die Niveaulinie einer Funktion $f \in C^2(\mathbb{R}^2)$ zum Wert $a \in \mathbb{R}$ sei definiert durch $N_a(f) := \{x \in \mathbb{R}^2 | \; f(x) = a\}$. Zeichnen Sie die Niveaulinien $N_0(f)$, $N_1(f)$, $N_2(f)$, sowie die entsprechenden Niveaulinien der quadratischen Approximation

$$P_0^2(h) = f(0) + Df(0)(h) + \frac{1}{2}D^2 f(0)(h, h).$$