



Prof. Dr. Dietmar Kröner
Dr. Mario Ohlberger

Freiburg, 7.6.2004

Übung zur Vorlesung Analysis II

SS 2004 – Blatt 7

Abgabe: Montag, 14.6.2004, 11 Uhr (in der Vorlesung)

Aufgabe 1:

(4 Punkte)

- a) Sei $f \in C^1(\mathbb{R}^2, \mathbb{R})$. Für ein x_0 gelte $\nabla f(x_0) \neq 0$. Für welche $v \in S^1 := \{x \in \mathbb{R}^2 \mid \|x\| = 1\}$ ist $\partial_v f(x_0)$ maximal/minimal?
- b) In einer Diskothek ist die Lautstärke am Ort x durch die Funktion

$$f(x, y) = (x - 1)^2 + (y - 5)^2$$

gegeben. Einer Besuchergruppe ist es an diesem Ort zu laut. In welche Richtung empfehlen Sie ihr, den Ort zu verlassen?

Aufgabe 2:

(4 Punkte)

Berechnen Sie die Funktionalmatrix zu $F : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$, definiert durch

$$F(r, \vartheta, \varphi) = (r \sin \vartheta \cos \varphi, r \sin \vartheta \sin \varphi, r \cos \vartheta).$$

Aufgabe 3:

(4 Punkte)

Sei $u \in C^2(\mathbb{R}^2, \mathbb{R})$ und für $r \in \mathbb{R}^+$, $\varphi \in \mathbb{R}$ sei

$$p(r, \varphi) := u(r \cos \varphi, r \sin \varphi).$$

- a) Zeigen Sie: Es gibt Funktionen $\alpha(x, y), \beta(x, y)$ mit

$$u(x, y) = p(\alpha(x, y), \beta(x, y)).$$

- b) Berechne Δ in Polarkoordinaten, d.h. drücke Δu durch eine Linearkombination von höheren partiellen Ableitungen von p nach r , bzw. φ aus.

Aufgabe 4:

(4 Punkte)

Sei $f \in C^1(\mathbb{R}^n, \mathbb{R})$ und f habe ein Minimum in x_0 . Zeigen Sie, dass dann gilt:

$$\partial_v f(x_0) = 0, \quad \text{für alle } v \in \mathbb{R}^n.$$