ALBERT-LUDWIGS-UNIVERSITÄT FREIBURG

Abteilung für Angewandte Mathematik

Prof. Dr. Dietmar Kröner
Dr. Mario Ohlberger

Freiburg, 24.5.2004

Übung zur Vorlesung Analysis II

SS 2004 – Blatt 6

Abgabe: **Montag, 7.6.2004, 11 Uhr (in der Vorlesung)**

Aufgabe 1: (4 Punkte)

Sei $a \in \mathbb{R}, a > 0$ und $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ eine a-periodische, stückweise stetige Funktion. Zeigen Sie, dass sich f in eine Fourierreihe entwickeln läßt und geben Sie die Fourierreihe an.

Aufgabe 2: (4 Punkte)

Sei $S^2 := \{x \in \mathbb{R}^3 | \ |x| = 1\}$ die Einheitssphäre im $\mathbb{R}^3$. Geben Sie eine Parametrisierung $f : [0, \pi] \times [0, 2\pi) \to S^2 \subset \mathbb{R}^3$, $(\vartheta, \varphi) \to f(\vartheta, \varphi)$ der Sphäre an. Bestimmen Sie die Urbilder des Nordpols $x = (0, 0, 1)$ und des Südpols $x = (0, 0, -1)$. Geben Sie mit Hilfe von f eine Parametrisierung des Äquators $A := \{x \in \mathbb{R}^3 | \ |x| = 1, x_3 = 0\}$ an. Berechnen Sie die partiellen Ableitungen $\partial_\vartheta f(\vartheta, \varphi)$ und $\partial_\varphi f(\vartheta, \varphi)$.

Aufgabe 3: (4 Punkte)

Berechnen Sie folgende Ableitung:

$$\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{dt}} \int_0^{s(t)} f(t, x)\mathrm{dx}.$$

Aufgabe 4: (4 Punkte)

Die Temperaturverteilung $T : [r_1, r_2] \to \mathbb{R}^n, n \geq 2$ in einer Kreisscheibe $K := \{x \in \mathbb{R}^n | r_1 \leq |x| \leq r_2\}$ sei gegeben als Lösung des folgendes Randwertproblem:

$$r^{1-n}\left(r^{n-1}g'(r)\right)' = 0, \quad \text{für } r \in]r_1, r_2[, \qquad (1)$$

$$g(r_1) = T_1, \quad g(r_2) = T_2. \qquad (2)$$

a) Zeigen Sie, dass $g : \mathbb{R}^+ \to \mathbb{R}^n, n \geq 2$ definiert durch

$$g(r) := \begin{cases} ar^{2-n} + b, & \text{für } n \geq 3, \\ a\log r + b, & \text{für } n = 2 \end{cases}$$

die Differentialgleichung (1) löst.

b) Geben Sie die Temperaturverteilung für die Randwerte $T_1 = 1$ und $T_2 = 10$ an.