



Prof. Dr. Dietmar Kröner  
Dr. Mario Ohlberger

Freiburg, 17.5.2004

## Übung zur Vorlesung Analysis II

SS 2004 – Blatt 5

Abgabe: Montag, 24.5.2004, 11 Uhr (in der Vorlesung)

### Aufgabe 1:

(4 Punkte)

Sei  $f : [-a, a] \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $a > 0$  eine integrierbare Funktion. Zeigen Sie:

- a)  $f$  ist ungerade  $\implies \int_{-a}^a f(x) dx = 0$ ,  
b)  $f$  ist gerade  $\implies \int_{-a}^a f(x) dx = 2 \int_0^a f(x) dx$ ,  
c)  $f$  ist gerade und stetig auf  $[-a, 0]$ , bzw.  $[0, a]$   $\implies f_+(0) = f_-(0)$ .

### Aufgabe 2:

(4 Punkte)

Zeigen Sie, an welcher Stelle man im Beweis des Satzes von Dirichlet die einseitige Differenzierbarkeit benötigt.

### Aufgabe 3:

(4 Punkte)

Die  $2\pi$ -periodische Funktion  $f$  sei gegeben durch  $f(x) = x^2$  für  $x \in [-\pi, \pi]$ . Berechnen Sie die Fourierkoeffizienten von  $f$  und zeigen Sie, dass die Fourierreihe von  $f$  punktweise gegen  $f$  konvergiert.

### Aufgabe 4:

(4 Punkte)

Die  $2\pi$ -periodische Funktion  $f$  sei gegeben durch  $f(x) = -1$  für  $x \in ]0, \pi[$  und  $f(x) = 1$  für  $x \in ]\pi, 2\pi[$ . In den Punkten  $x = 0, \pi$  und  $2\pi$  sei  $f(x) = 0$ . Berechnen sie die Fourierreihe von  $f$  und von  $g(x) = f(\omega x)$ , für gegebene Frequenz  $\omega \in \mathbb{N}$ .

Für Frequenzen  $\omega$  zwischen 50 und 15.000 kann man  $g$  hören. Für  $\omega = 440$  hören wir beispielsweise den Kammerton A. Mit einer Stimmgabel hört man allerdings nur die reine Sinusschwingung  $\sin(440x)$ .

Bis zu welcher Frequenz  $\omega$  kann eine Person eine reine Sinusschwingung von einer Rechteckschwingung ( $g$ ) unterscheiden, wenn die Hörgrenze bei 15.000 Hertz liegt?