ALBERT-LUDWIGS-UNIVERSITÄT FREIBURG

Abteilung für Angewandte Mathematik

Prof. Dr. Dietmar Kröner
Dr. Mario Ohlberger

Freiburg, 10.5.2004

Übung zur Vorlesung Analysis II

SS 2004 – Blatt 4

Abgabe: **Montag, 17.5.2004, 11 Uhr (in der Vorlesung)**

Aufgabe 1: (4 Punkte)

Sei l^∞ der Raum der unendlichen Folgen, ausgestattet mit der Supremumsnorm $||\cdot||_\infty$ gegeben durch $||a||_\infty = \sup_{i\in\mathbb{N}} |a_i|$. Zeigen Sie, dass l^∞ ein Banachraum ist.

Aufgabe 2: (4 Punkte)

Zeigen Sie, dass folgende Funktionen stetig auf $\mathbb{R}^2$ sind:

a) $f(x,y) = (x^2+y^2)e^{xy}$,

b) $f(s,t) = e^{-s}\cos(st)$.

Aufgabe 3: (4 Punkte)

Für $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ sei $\mathrm{graph}(f) := \{(x, f(x)) | x \in \mathbb{R}\}$.

a) Zeigen Sie, dass $\mathrm{graph}(f)$ abgeschlossen ist in $\mathbb{R}^2$, falls f stetig auf $\mathbb{R}$ ist.

b) Finden Sie ein $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$, so dass $\mathrm{graph}(f)$ abgeschlossen ist in $\mathbb{R}^2$, aber f nicht stetig ist.

Aufgabe 4: (4 Punkte)

Sei $(X, ||\cdot||)$ ein normierter Raum und seien $K, L \subset X$ kompakt. Zeigen Sie, dass dann

$$K + L := \{x + y |\ x \in K, y \in L\}$$

kompakt ist.