ALBERT-LUDWIGS-UNIVERSITÄT FREIBURG

Abteilung für Angewandte Mathematik

Prof. Dr. Dietmar Kröner
Dr. Mario Ohlberger

Freiburg, 3.5.2004

Übung zur Vorlesung Analysis II

SS 2004 – Blatt 3

Abgabe: **Montag, 10.5.2004, 11 Uhr (in der Vorlesung)**

Aufgabe 1: (4 Punkte)

Sei X ein normierter Raum und $M \subset X$. Zeigen Sie

a) $X \setminus \overline{M} = \mathrm{int}(X \setminus M)$ b) $X \setminus \mathrm{int}(M) = \overline{X \setminus M}$.

Aufgabe 2: (4 Punkte)

Sei $C^0(I)$ der Raum der stetigen Funktionen auf dem Intervall $I = [a, b] \subset \mathbb{R}$.

Zeigen Sie, dass die Normen $||\cdot||_2$ und $||\cdot||_\infty$ auf $C^0(I)$ **nicht** äquivalent sind.

(Es ist $||f||_2 := \left(\int_I |f|^2\right)^{1/2}$ und $||f||_\infty := sup_{x \in I}|f(x)|$.)

Aufgabe 3: (4 Punkte)

Sei $(\mathbb{R}^n, ||\cdot||_2)$ der euklidische Raum und $U \subset \mathbb{R}^n$ offen. Zeigen Sie, dass es abzählbar viele offene Kugeln $B_{\varepsilon_n}(a_n)$ gibt mit

$$U = \bigcup_{n=1}^{\infty} B_{\varepsilon_n}(a_n).$$

Aufgabe 4: (4 Punkte)

Sei $f : D_f \subset \mathbb{R}^n \to \mathbb{R}^n$ definiert durch $f(x) = \frac{x}{||x||_2}$. Finden Sie ein möglichst großes Definitionsgebiet D_f von f und stellen Sie fest, in welchen Punkten $a \in \overline{D_f}$ der Grenzwert $\lim_{x \to a} f(x)$ existiert und ob f stetig ist.