ALBERT-LUDWIGS-UNIVERSITÄT FREIBURG

Abteilung für Angewandte Mathematik

Prof. Dr. Dietmar Kröner
Dr. Mario Ohlberger

Freiburg, 28.6.2004

Übung zur Vorlesung Analysis II

SS 2004 – Blatt 10

Abgabe: **Montag, 5.7.2004, 11 Uhr (in der Vorlesung)**

Aufgabe 1: (4 Punkte)

Sei $f \in C^2(\mathbb{R}^n)$ mit $f(tx) = t^2 f(x)$ für alle $t \in \mathbb{R}$, $x \in \mathbb{R}^n$. Zeigen Sie, dass es eine symmetrische Matrix $A \in \mathbb{R}^{n \times n}$ gibt mit

$$f(x) = x^\top Ax.$$

Aufgabe 2: (4 Punkte)

Sei $f \in C^1(\mathbb{R}^2)$. Zeigen Sie: Es gibt einen Punkt $x \in S^1 := \{x \in \mathbb{R}^2 | \ |x| = 1\}$ und ein $\lambda \in \mathbb{R}$ mit grad $f(x) = \lambda x$.

Aufgabe 3: (4 Punkte)

Die Kurve $c : [0, 2\pi] \to \mathbb{R}^2$ sei gegeben durch

$$c(t) := (t - \sin(t), 1 - \cos(t)).$$

Berechnen Sie die Bogenlänge $\int_0^{2\pi} |c'(t)|\mathrm{dt}$ der Kurve c.

Aufgabe 4: (4 Punkte)

Sei $\varphi \in C^2([a, b])$ eine Funktion mit den Randwerten $\varphi(a) = c$ und $\varphi(b) = d$. Die zugehörige Kurve des Graphen von φ sei gegeben durch $c(t) := (t, \varphi(t))$. Bestimmen Sie den stationären Punkt des Bogenlängen-Variationsintegrals

$$\mathcal{F}(c) := \int_a^b |c'(t)|\mathrm{dt}.$$