



Übung zur Vorlesung Analysis II

SS 2004 – Blatt 1

Abgabe: Montag, 26.4.2004, 11 Uhr (in der Vorlesung)

Bitte versehen Sie Ihr Abgabebblatt mit Ihrem Namen und geben Sie Ihre Übungsgruppe mit Nummer, Zeit, Ort und Gruppenleiter/-leiterin an!!!

Aufgabe 1: (4 Punkte)

Sei $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ zweimal differenzierbar und $f'' = 0$. Zeigen Sie (ohne Verwendung des Integrals), dass f die Form

$$f(x) = ax + b, \quad a, b \in \mathbb{R}$$

hat.

Aufgabe 2: (4 Punkte)

Finden Sie eine Stammfunktion zu folgenden Funktionen:

a) $e^{-t} \sin^2 t$,

b) $\frac{1}{1-t^4}$,

c) $\frac{1+\tan t}{\sin 2t}$.

Aufgabe 3: (4 Punkte)

Zeigen Sie, dass für $p, q \in \mathbb{N} \cup \{0\}$ gilt:

$$\int_0^1 t^p (1-t)^q dt = \frac{p!q!}{(p+q+1)!}$$

Aufgabe 4: (4 Punkte)

Bestimmen Sie die größte Zahl $n \in \mathbb{N}$, so dass die Simpson-Regel

$$S(f) = \frac{1}{3}f(-1) + \frac{4}{3}f(0) + \frac{1}{3}f(1)$$

alle Polynome vom Grad $\leq n$ über $[-1, 1]$ exakt integriert, d.h. es gilt

$$S(p) = \int_{-1}^1 p(t) dt, \quad \text{für alle } p \in \mathbb{P}^n.$$